Свойства степени с целым показателем
(m, n – целые числа, $a \neq 0$)

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$
$$a^m : a^n = a^{m-n},$$
$$(a^m)^n = a^{mn},$$
$$(ab)^m = a^m \cdot b^m \quad (b \neq 0),$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0).$$

Свойства арифметического квадратного корня
($a \geq 0$)

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \quad a \geq 0, \quad b \geq 0,$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \quad a \geq 0, \quad b > 0,$$
$$\sqrt{a^k} = (\sqrt{a})^k, \quad a \geq 0, k \in N.$$

Для любого действительного числа x: $\sqrt{x^2} = |x|$

Свойства корня третьей степени

$$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b},$$
$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}, \quad b \neq 0,$$
$$\sqrt[3]{a^n} = \left(\sqrt[3]{a}\right)^n, \quad n \in N.$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2,$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2),$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2).$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Формула разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \; a \neq 0,$$

где x_1 и x_2 – корни трехчлена $ax^2 + bx + c$.

Таблица квадратов чисел от 11 до 25

$11^2=121$	$12^2=144$	$13^2=169$	$14^2=196$	$15^2=225$
$16^2=256$	$17^2=289$	$18^2=324$	$19^2=361$	$20^2=400$
$21^2=441$	$22^2=484$	$23^2=529$	$24^2=576$	$25^2=625$

Таблица кубов чисел от 2 до 6

$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$

Формулы корней квадратного уравнения

Корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ находят по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}. \qquad (2)$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Теорема Виета

Если приведенное квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни, то сумма корней этого уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену, т.е. если x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p; \\ x_1 \cdot x_2 = q. \end{cases} \qquad (4)$$

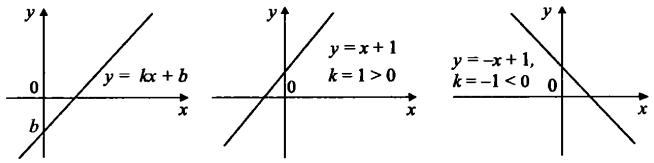
Обратная теорема Виета

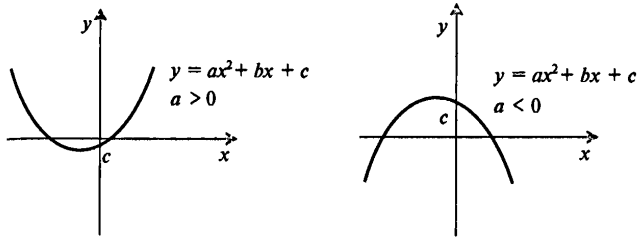
Если сумма двух чисел равна второму коэффициенту приведенного квадратного уравнения, взятому с противоположным знаком, а их произведение равно свободному члену, то эти числа являются корнями приведенного квадратного уравнения, т.е. если выполняются условия

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p; \\ x_1 \cdot x_2 = q, \end{cases}$$

то x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$.

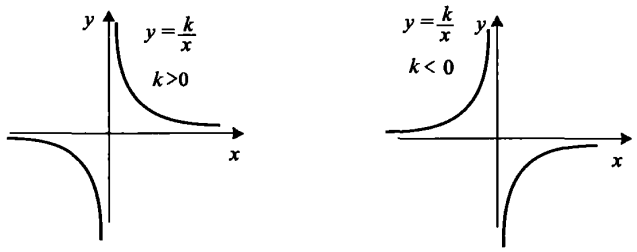
Графиком линейной функции является ***прямая***. Уравнение $y = kx + b$ является уравнением прямой, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна b. Коэффициент k называется угловым коэффициентом прямой.





Координаты вершины параболы ($x_в$; $y_в$) находят с помощью формул:

$$x_в = -\frac{b}{2a}, \quad y_в = ax_в^2 + bx_в + c.$$



Уравнение окружности с центром в начале координат O (0; 0) и радиусом R имеет вид:

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

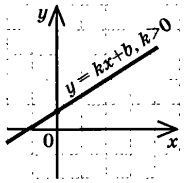
Уравнение окружности с центром в точке A (a; b) и радиусом R имеет вид:

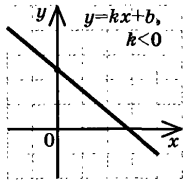
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Рекуррентная формула	Для любого натурального n $a_{n+1} = a_n + d$ (1)	Для любого натурального n $b_{n+1} = b_n \cdot q$, $b_n \neq 0$ (6)
Формула n-ого члена	$a_n = a_1 + d(n-1)$ (2)	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $b_n \neq 0$ (7)
Характеристическое свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$, $n > 1$ (3)	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$, $n > 1$ (8)
Сумма n первых членов	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ (4) $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ (5)	$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$, $q \neq 1$ (9) $S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$, $q \neq 1$ (10)

Свойства линейной функции $y = kx + b, k \in R, b \in R$

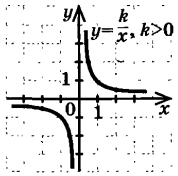
1) Область определения: $D(y)=(-\infty;\ +\infty)$.
2) Область значений: $E(y) = (-\infty;+\infty)$, если $k \neq 0$.
$E(y) = \{b\}$, если $k = 0$.
3) Монотонность:
– если $k > 0$, то функция y возрастает на всей области определения;
– если $k < 0$, то функция y убывает на всей области определения.

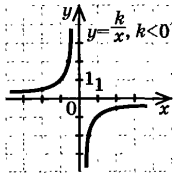




Свойства обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}, k \neq 0$

1) Область определения: $D(y) = (-\infty;\ 0)\cup(0;\ +\infty)$.
2) Область значений: $E(y)=(-\infty;\ 0)\cup(0;\ +\infty)$.
3) Монотонность:
– если $k > 0$, то функция y убывает на промежутке $(0;\ +\infty)$ и на промежутке $(-\infty;\ 0)$;
– если $k < 0$, то функция y возрастает на промежутке $(0;\ +\infty)$ и на промежутке $(-\infty;\ 0)$.
4) Функция является нечетной.



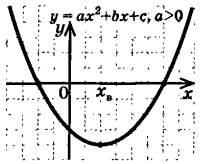


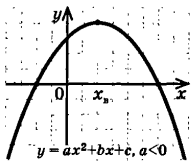
Свойства дробно-рациональной функции $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, где $P(x)$ и $Q(x)$ — многочлены от x

1) Область определения $D(y)$ — любые действительные x, не обращающие знаменатель $Q(x)$ в нуль.
2) Множество значений $E(y)$ зависит от конкретной функции.

Свойства квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$
$a \in R, b \in R, c \in R$ — коэффициенты, $a \neq 0$

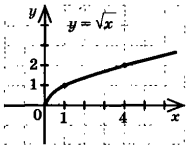
1) Область определения $D(y)= (-\infty;\ +\infty)$.
2) График квадратного трехчлена — парабола с вершиной в точке с абсциссой $x_в = -\frac{b}{2a}$,
направленная ветвями вверх, если $a > 0$;
направленная ветвями вниз, если $a < 0$.
3) Множество значений: $E(y)=[y_в;\ +\infty)$, если $a > 0$;
$E(y)=(-\infty;\ y_в]$, если $a < 0$, $y_в$ — ордината вершины параболы.





Свойства функции $y = \sqrt{x}$

1) Область определения $D(y)=[0;\ +\infty)$.
2) Множество значений $E(y)=[0;\ +\infty)$.
3) Монотонность: функция y возрастает на всей области определения.



Свойства модуля

Для любого действительного числа a

$$|a| \geq 0,$$

$$|a| = |-a|,$$

$$|a|^2 = a^2.$$

Тема 9. Элементы теории вероятностей

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Встречаясь с различными случайными событиями, мы часто даем оценку степени их достоверности. Долю успеха того или иного события **A** математики выражают числом и называют вероятностью этого события **P(A)**. Для вычисления вероятности события, которое может закончиться конечным числом равновозможных элементарных исходов, можно воспользоваться классическим определением вероятности:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m — число элементарных исходов, при которых событие A происходит, n — число всех равновозможных элементарных исходов.

Например, для вычисления вероятности наступления события «выпало два очка» при одном бросании игральной кости, найдем число всех равновозможных элементарных исходов бросания игральной кости – их шесть; из них число исходов, благоприятствующих наступлению события «выпало два очка» — только одно. Используя определение получаем, что вероятность события «выпало два очка» при одном бросании игральной кости равна $\frac{1}{6}$.

Тема 10. Элементы статистики

Размахом набора чисел называется разность между наибольшим и наименьшим числом.

Средним арифметическим (средним значением) нескольких чисел называется число, равное отношению суммы этих чисел к их количеству.

Мода — это число, которое встречается в числовом ряду чаще всего.

Числовой ряд может иметь одну моду или несколько, но может и не иметь моды.

Медиана — это число, которое делит упорядоченный ряд чисел на две равные по количеству элементов части. Если число чисел ряда *нечетно*, то медиана — это число, находящееся в середине упорядоченного ряда чисел.

Если количество чисел в ряде *четно*, то медиана равна полусумме чисел, стоящих на средних местах.

Тема 13. Планиметрия

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

a, b, c — стороны треугольника.

α, β, γ — углы треугольника, $\angle A$ — угол, лежащий против стороны a, $\angle B$ — угол, лежащий против стороны b, $\angle C$ — угол, лежащий против стороны c.

h_a, h_b, h_c — высоты треугольника, опущенные из вершин, соответственно на стороны a, b и c.

R — радиус окружности, описанной около треугольника.

r — радиус окружности, вписанной в треугольник.

P — периметр треугольника, p — полупериметр треугольника.

S — площадь многоугольника или круга

C — длина окружности.

Треугольники

Медианы треугольника в точке пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины.

Каждая медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.

Центр окружности, описанной около треугольника, является точкой пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.

Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

$$S=\frac{1}{2}ah_a,\ S=\frac{1}{2}bc\sin A,\ S=\frac{abc}{4R},\ S=pr,$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ \text{(формула Герона)}$$

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R\ \text{(теорема синусов)}$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\ \text{(теорема косинусов)}$$

Равнобедренный треугольник

Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

В равнобедренном треугольнике три отрезка — высота, медиана и биссектриса, проведенные к основанию, равны.

Четырехугольники

d_1 и d_2 — диагонали четырехугольника.

$$S=\frac{1}{2}d_1d_2\sin\angle(d_1,d_2)$$

Прямоугольный треугольник

(a-катет, b-катет, c-гипотенуза)

В прямоугольном треугольнике $a^2+b^2=c^2$ (теорема Пифагора).

Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы: $R=\frac{c}{2}$.

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.

Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.

Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему.

Параллелограмм

Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Диагонали параллелограмма делят его на четыре равновеликих треугольника.

Противоположные стороны параллелограмма равны и параллельны.

$S=ah_a$, $S=ab\sin(\angle a,b)$, где a и b — смежные стороны параллелограмма, h_a — высота, проведенная к стороне a.

Прямоугольник

Имеет все свойства параллелограмма.

Диагонали прямоугольника равны.

$S=ab$, где a и b — смежные стороны прямоугольника.

Ромб

Имеет все свойства параллелограмма.

Все стороны ромба равны.

Диагонали ромба перпендикулярны и делят его углы пополам.

Квадрат

Имеет все свойства прямоугольника.

Стороны квадрата равны.

Диагонали квадрата перпендикулярны и равны.

Трапеция

$S=\frac{a+b}{2}\cdot h$, где a и b — основания трапеции, h — ее высота.

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Круг и окружность

$S_{круга}=\pi r^2$, где r — радиус круга.

$C=2\pi r$, где r — радиус окружности.

Вписанные углы

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, — прямой.

Вписанный четырехугольник

В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°.

Описанный четырехугольник

В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

Свойства параллельных прямых

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180°.